



# Näringslivets skolforum

SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM

# Så lyfter vi matematiken i grundskolan!

Linda Marie Ahl & Ola Helenius

# Läromedels roll i svensk matematikundervisning

**Svenska matematiklärare följer läromedel i mycket hög grad**

**Läromedelsgranskning saknas**

**Läromedelsförlagen är en viktig spelare**

**Hur ser det ut i läroböckerna?**

## **Multiplikativa strukturer (multiplikation, division, bråk...)**

- Variation mellan läroboksserier, men...
- ...tankemodeller som man vet leder till senare missuppfattningar dominerar.
- Det finns ingen sammanhängande mening att hänga upp sin förståelse på
- Det saknas systematisk progression

- Du känner igen ett tal i bråkform på bråkstreckets.
- Du säger: tre fjärdedelar. Ett tal i bråkform kallas ett bråk.

Talet visar i hur många lika stora delar figuren har delats.


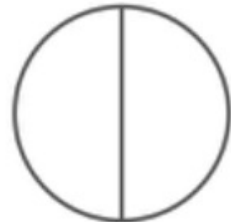




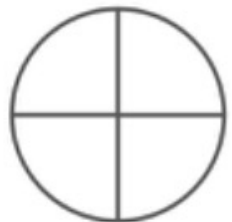

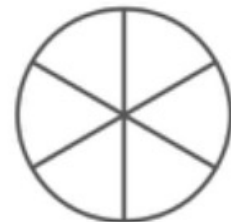
$$\frac{3}{4}$$

Talet visar hur många av dessa lika stora delar man menar.

### 1. Ringa in bråken.

1      4       $\frac{1}{5}$       6       $\frac{7}{8}$        $\frac{3}{10}$       9      36       $\frac{1}{4}$

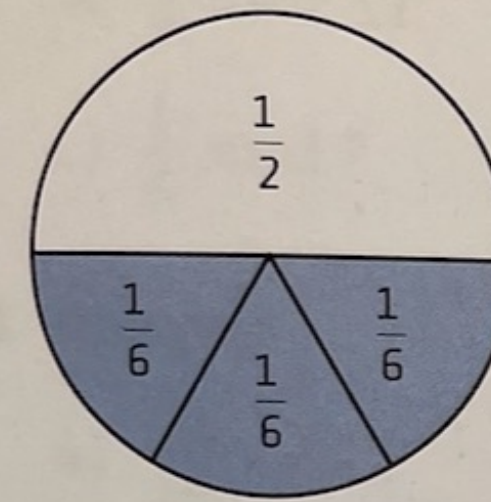
### 2. Måla

<p>a. </p> <p>en fjärdedel <math>\frac{1}{4}</math></p>	<p>b. </p> <p>en halv/hälften <math>\frac{1}{2}</math></p>	<p>c. </p> <p>en tredjedel <math>\frac{1}{3}</math></p>
<p>d. </p> <p>två tredjedelar <math>\frac{2}{3}</math></p>	<p>e. </p> <p>två femtedelar <math>\frac{2}{5}</math></p>	<p>f. </p> <p>två sjättedelar <math>\frac{2}{6}</math></p>
<p>g. </p> <p>två fjärdedelar <math>\frac{2}{4}</math></p>	<p>h. </p> <p>tre femtedelar <math>\frac{3}{5}</math></p>	<p>i. </p> <p>fyra sjättedelar <math>\frac{4}{6}</math></p>

 Film  Lyssna på berättelsen.

## Bråk

Om tre personer i en familj på fem personer har bestämt sig för var de vill åka på semester, så kan man uttrycka det med ett bråk genom att skriva att "3/5 av familjen har bestämt sig."



Täljare

$$\frac{3}{5}$$

Nämnare

Ett bråk beskriver en *andel* eller ett *förhållande* mellan två hela tal. Samma andel kan uttryckas med olika bråk:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad \text{Se figuren till vänster}$$

Förlänga

Att *förlänga* ett bråk betyder att man multiplicerar både täljare och nämnare med samma heltal.

$$\frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 8} = \frac{12}{32} \quad \text{Förlänger med 4}$$

Förkorta

Att *förkorta* ett bråk betyder att man dividerar både täljare och nämnare med samma heltal.

$$\frac{15}{20} = \frac{15/5}{20/5} = \frac{3}{4} \quad \text{Förkortar med 5}$$

Ett bråks värde förändras inte om man förkortar eller förlänger bråket.

Enklaste form

*Enklaste form* av ett bråk får vi genom att förkorta det tills täljare och nämnare inte längre är delbara med samma heltal större än 1. Då har vi förkortat bråket *så långt som möjligt*.

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad \text{Enklaste form av bråket}$$

Ibland kan det vara svårt att direkt jämföra bråk med olika nämnare, som till exempel

$$\frac{3}{8} \quad \text{och} \quad \frac{5}{12} \quad \text{Vilket bråk är störst?}$$

# Proportionella resonemang

- Systematisk behandling saknas helt
- Multiplikativa strukturer där proportionella resonemang är tillämpligt återkommer inom alla matematiska områden, men detta synliggörs inte
- Bråk som operator, som är centralt för att utföra proportionella resonemang, behandlas inte alls

## **Algebra (och ett strukturerat förhållande till aritmetik)**

- Extrem variation mellan läroboksserier. Nyare serier är bättre.
- Relativt bra algebrarepresentation i tidiga årskurser i nyare böcker, men...
- ...algebra blir allt mer inboxat i egna avsnitt i senare årskurser
- Algebra används inte i andra områden
- Elever ges mycket små chanser till en algebraprogession



# Varför ser det ut så här?

- Olika författarteam
  - Svårt att ha överblick över forskningen
  - Riskfyllt att bryta standarden –marknaden styr
- 
- Vi har dock inte kollat alla läromedel

# Vad göra?

## Kursplan och kommentarmaterial

- Det behövs mer styrning och stöd
- Det behövs ett utpräglat ämnesspråk och hög innehållsspecificitet
- Det går att ändra innehåll (men inte undervisningskultur)
- Juridiska krav och samordningskrav mellan ämnen försvårar processen att ta fram en kursplan
- Kommentarmaterial – en svensk tradition
- Man ska ta fram kommentarmaterial före kursplanen

# Hur ser våra förslag ut

- Tydligare uppdelning mellan stadier, F, 1-3, 4-6, 7-9
- Algebra inskrivet i alla andra områden
- Taluppfattning och tals användning döps om till Aritmetik (och algebra)
- Problemlösning inte längre rubrik under centralt innehåll...
- ...men en problemlösningsorienterad undervisning beskrivs tydligt i kommentarmaterialet liksom andra förmågor
- Solida forskningsresultat beaktas
- Progression i ett 1-9-perspektiv, med sikte på gymnasiet

# Förslag till kommentarmaterial

1. Inledning
2. Grundskolans årskurser
3. Aritmetik och algebra
4. Funktioner, samband och algebra
5. Geometri och mätning
6. Sannolikhet och statistik
7. Avslutande kommentarer och förslag till fördjupning

# Förslag till kommentarmaterial

## 1. Inledning

- 1.1. Om kommentarmaterialets struktur och hur det är tänkt att kunna användas
- 1.2. Om matematikens roll i skolan och ämnets särart som undervisningsämne
- 1.3. Om positioneringen av förmågor som guidande för undervisningens inriktning
- 1.4. Om algebra som ett övergripande perspektiv

## 2. Grundskolans årskurser

- 2.1. Förskoleklassens matematik
- 2.2. Matematiken i årskurserna 1–3
- 2.3. Matematiken i årskurserna 4–6
- 2.4. Matematiken i årskurserna 7–9

# Förslag till kommentarmaterial

## 3. Aritmetik och algebra

### 3.1. Tal

### 3.2. Additiva strukturer

### 3.3. Multiplikativa strukturer

### 3.4. Uttryck, likheter och ekvationer

### 3.5. Progression genom grundskolans stadier

### 3.6. Undervisningsexempel

### 3.7. Centralt innehåll

#### 3.7.1. Förskoleklass

#### 3.7.2. 1-3

#### 3.7.1. 4-6

#### 3.7.1. 7-9

### 3.1. Tal

#### 3.1.1. Talmängder

#### 3.1.2. Tals storlek

#### 3.1.3. Representationer av tal

Ikoniska representationer

Positionssystemet

Tallinjer

Bråksystemet

Några andra representationer

# På stadienivå: Behärska och behandla

**Hur hantera den enorma variationen mellan elever?**

## Aritmetik och algebra

Tal

Behärska

Behandla...

Additiva strukturer

Behärska

Behandla...

Multiplikativa strukturer

Behärska

Behandla...

Uttryck, likheter och ekvationer

Behärska

Behandla...

# Behärska och behandla, möjlig kursplanetext

## Multiplikativa strukturer (1-3)

Undervisningen ska **tydligt och återkommande behandla** innebörden av multiplikation och division samt hur operationerna hänger ihop med hjälp av situationer och schematiska bildrepresentationer. Eleverna ska **behärska** att känna igen multiplikativa situationer och kunna representera dem med schematiska bilder och aritmetiska uttryck för multiplikation och division.

Undervisningen ska **behandla** faktorisering och primtal. Eleverna ska **behärska** att faktorisera tal upp till 100.

Undervisningen ska **tydligt och återkommande behandla** relationer inom multiplikationstabellen 1-10 samt hur dessa kan användas för att beräkna multiplikationer. Eleverna ska **behärska** multiplikationstabellen upp till 10 i praktiska sammanhang, t ex kunna använda sambandet  $7 \cdot 8 = 56$  för att konstatera att  $56/8 = 7$ .

Undervisningen ska **behandla** de distributiva lagen i form av ikoniska rektangelmodeller och hur den distributiva lagen kan användas vid multiplikationsberäkningar.



# Jämförelse med nuvarande

## **Kursplan (Igr 22):**

**Termerna multiplikation och division förekommer inte**

**”De fyra räknesättens egenskaper och samband samt användning i olika situationer.”**

**”Tal i bråkform som del av helhet och del av antal samt hur delarna benämns och uttrycks som enkla bråk. Hur enkla bråk förhåller sig till naturliga tal”**

## **Algebra 1-3:**

- Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse.**
- Obekanta tal och hur de kan betecknas med en symbol.**
- Enkla mönster i talföljder och enkla geometriska mönster samt hur de konstrueras, beskrivs och uttrycks.**

**Förändrade kursplaner med tillhörande  
kommentarmaterial med högre detaljgrad kommer att  
göra det rationellt att utveckla det matematiska  
innehållet i skolan**

**Hur lång tid tar det att skriva ett kommentarmaterial?  
Vem ska göra det?**

**Tack!**



Näringslivets  
skolorforum

SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM